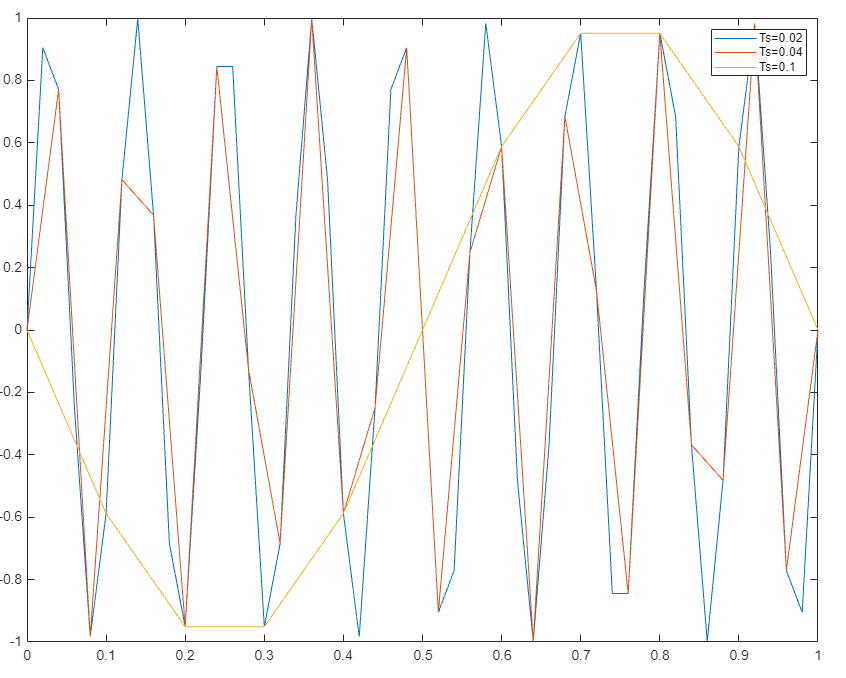
**Άσκηση 1**

**(α)** Τι παρατηρείτε εάν αντί για *Ts*=0.02s ή 0.04s θέσετε *Ts*=0.1s ; Αιτιολογήστε την απάντησή σας

**Απάντηση:**

**Αυτό το οποίο παρατηρούμε καθώς δίνουμε τον κώδικα μας στην mathlab και μέσω αυτής παίρνουμε το παρακάτω σχήμα μας για τις διαφορετικές τιμές της περιόδου Τs είναι ότι για Τs=0.1s έχουμε λιγότερα δείγματα σε σχέση με της τιμές περιόδου για *Ts*=0.02s και 0.04s.Αυτό το οποίο πρέπει να σημειωθεί είναι ότι από την πρωταρχική σχέση που μας δίνεται καταλαβαίνουμε ότι Fo=9Hz και αν την συγκρίνουμε με την Fs=1/Ts=10Hz θα διαπιστώσουμε ότι σύμφωνα με το θεώρημα δειγματοληψίας Nyquist-Shannon δεν ισχύει η σχέση Fs>=2F0 με αποτέλεσμα να μην μπορεί να ανακατασκευαστεί πλήρως το σήμα μας. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα για Τs=0.1s να μην μπορούμε να πάρουμε όλες τις απαραίτητες πληροφορίες από την συνάρτηση μας που φαίνεται παρακάτω και άρα να μην μπορούμε να την αναπαραστήσουμε στο μέγιστο τέλειο βαθμό.**

**Γραφική παράσταση από mathlab.**

****

**(β)** Πώς επηρεάζει η συχνότητα δειγματοληψίας την ποιότητα ανακατασκευής του σήματος; Για κάθε συνάρτηση ανακατασκευής χρησιμοποιήστε το μέσο τετραγωνικό σφάλμα, ανάμεσα στο αρχικό και το ανακατασκευασμένο σήμα, και την τυπική απόκλιση , ως μετρικές ποιότητας ανακατασκευής (δείτε στο m-file που σας δίνεται για τον ορισμό τους).

**Απάντηση:**

**Αυτό το οποίο αξίζει να σημειωθεί κοιτάζοντας και τα αποτελέσματα του πίνακα μας τα οποία πήραμε μέσα από την mathlab είναι ότι την καλύτερη ποιότητα ανακατασκευής την πετύχαμε με την χρήση της sinc() σε σχέση με το τετραγωνικό και τριγωνικό παράθυρο. Αυτό φαίνεται ξεκάθαρα από τα την sinc() και τις τιμές των MSE1,STD1 ενώ αν παρατηρήσουμε τον τριγωνικό παράθυρο που αντοιστιχεί στις τιμές των MSE2,STD2 που παρουσιάζει τα μεγαλύτερα τετραγωνικά σφάλματα, το οποίο σημαίνει κακής ποιότητας ανακατασκευής σήματος.**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
| 0.02s | 0.0004,0.0209 | 0.4995,0.7071 | 0.0523,0.2288 |
| 0.04s | 0.0039,0.0625 | 0.4995,0.7071 | 0.1997,0.4471 |
| 0.1s | 0.9964,0.9987 | 0.4995,0.7071 | 0.8898,0.9438 |

**(γ)** Σχολιάστε τον ρόλο της αρχικής φάσης του σήματος.

**Απάντηση:**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
| 0.1s | 1.0131,1.0070 | 0.5000, 0.7075 | 0.8898,0.9438 |

**Εφόσον γίνεται προσθήκη αρχικής φάσης ίση με π/4,αυτό το οποίο παρατηρούμε μέσα από τα γραφήματα της mathlab είναι ότι η ημιτονοειδής συνάρτησης μας δεν ξεκινάει πλέον από το μηδέν και αυτό είναι προφανές εφόσον έχει μετατοπιστεί με την φάση. Επίσης με φάση π/4 επηρεάζεται και η δειγματοληψία το οποίο οδηγεί σε αλλαγή των φάσεων των συχνοτήτων του σήματος μας το οποίο είναι διακριτού χρόνου. Επιπλέον έχουμε επιρροή και στην ανακατασκευή του σήματος μας καθώς αυτή η αλλαγή της φάσης έχει ως αποτέλεσμα να υπάρχουν παρεμβολές στο φάσμα του σήματος μας. Τέλος αυτό το οποίο αξίζει να σημειωθεί είναι ότι κοιτάζοντας τις τιμές για Τs=0.1s και από τα δύο πινακάκια και χωρίς δηλαδή αρχική φάση αλλά και με φάση π/4,παρατηρούμε ότι τα μέσα τετραγωνικά σφάλματα και οι αποκλίσεις για την συνάρτηση sinc() και το τριγωνικό παράθυρο αυξάνονται με αποτέλεσμα να έχουμε χειρότερη αναπαράσταση της συνάρτησης μας στην mathlab και άρα χειρότερης ποιότητας ανακατασκευής σήματος. Μόνο για το τετραγωνικό παράθυρο έχουμε ακριβώς ίδιες τιμές άρα συμπεριφέρεται το ίδιο με πριν που δεν είχαμε αρχική φάση.**

**(δ)** Συμπληρώστε τον παρακάτω πίνακα με τα δικά σας γραφήματα.

**Απάντηση:**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
|  |  |  |

**Ερώτηση 5 (δ συνέχεια)** Τι παρατηρείτε στις παραπάνω γραφικές παραστάσεις σας; Ποια η συχνότητα των ανακατασκευασμένων σημάτων; Εξηγήστε.

**Απάντηση:**

**Αρχικά έχουμε συχνότητα δειγματοληψίας Fs=1/Ts=1/0.005s=200hz και αυτό το οποίο πρέπει να σημειωθεί σύμφωνα με το θεώρημα της δειγματοληψίας όπου, πρέπει Fs>=2F0 είναι ότι αυτό δεν ισχύει για τις τιμές συχνοτήτων με Fo=240hz και Fo=4040hz. Σύμφωνα με αυτά και καθώς δειγματοληπτούμε το σήμα μας με συχνότητα δειγματοληψίας μικρότερη από την διπλάσια της μέγιστης συχνότητας δεν ισχύει με λίγα λόγια το θεώρημα της δειγματοληψίας, παρατηρούμε το φαινόμενο της αντικατάστασης. Αυτό το οποίο απορρέει από όλα αυτά όπως παρατηρούμε και από τα σχήματα μας είναι ότι η ημιτονοειδής μας συνάρτηση x(t) = sin(2πf0t) για όλες τις διαφορετικές τιμές των συχνοτήτων δειγματοληπτήτε με την ίδια μορφή, καθώς επίσης και στις τρείς περιπτώσεις με τις διαφορετικές τιμές συχνοτήτων δημιουργείται το ίδιο σήμα διακριτού χρόνου.**

**Ασκηση 2**

**(α)** Αιτιολογήστε αν το σύστημα είναι αιτιατό ή όχι

**Απάντηση:**

**Έχουμε την εξίσωση y[n] = 1/2x[n] + x[n - 1] – 1/2x[n − 2] η οποία περιγράφει ένα ΓΧΑ σύστημα διακριτού χρόνου. Αυτό που παρατηρούμε για το σύστημα μας είναι ότι η έξοδος του σε κάθε σημείο επηρεάζεται από τις τιμές της εισόδου του και συγκεκριμένα από την τρέχουσα και από τις προηγούμενες τιμές αυτής, χωρίς να επηρεάζεται από τις μελλοντικές. Άρα το σύστημα μας είναι αιτιατό.**

**(β.1)** Υπολογίστε κρουστική απόκριση του συστήματος (μόνο θεωρητικά).

**Απάντηση:**

**Σύμφωνα με το μάθημα της θεωρίας σημάτων και συστημάτων αυτό το οποίο γνωρίζουμε απόκριση είναι ότι η κρουστική απόκριση του συστήματος μας είναι η έξοδος του συστήματος όταν το δοθεί ένα σύντομο σήμα ως είσοδος. Αυτό το σήμα είναι η συνάρτηση δ(t).**

**Οπότε η κρουστική απόκριση του συστήματος μας θα είναι η y[n] = 1/2δ[n] + δ[n - 1] – 1/2δ[n − 2].**

**(β.2)** Σχεδιάστε το μέτρο και τη φάση της απόκρισης συχνότητας θεωρητικά και χρησιμοποιώντας τη συνάρτηση *freqz()* της Matlab).

**Απάντηση:**

|  |  |
| --- | --- |
| **Μέτρο απόκρισης συχνότητας** | **Φάση απόκρισης συχνότητας** |
|  |  |

**(δ)** Ποιες συχνότητες του σήματος εισόδου διατηρεί το παραπάνω σύστημα;

**Απάντηση:**

**Αυτό το οποίο συμπεραίνουμε κοιτάζοντας τα δύο γραφήματα είναι ότι το σήμα εισόδου μας δεν διατηρεί καμία συχνότητα εισόδου για τους εξής λογους:**

**Α) Από την γραφική παράσταση του μέτρου απόκρισης συχνότητας βλέπουμε ότι η απόκριση του συστήματος για όλες τις συχνότητες εισόδου δεν είναι σταθερή.**

**Β) Από την γραφική παράσταση της φάσης απόκρισης συχνότητας παρατηρούμε ότι για όλες τις συχνότητες εισόδου δεν υπάρχει κάποια σταθερή τιμή με αποτέλεσμα αυτό να επηρεάζει της φάση του σήματος εισόδου μας.**

**(δ)** Χρησιμοποιώντας τη συναρτηση *filter()*, υπολογίστε και σχεδιάστε την έξοδο του συστήματος για την είσοδο (μόνο για τα πρώτα 100 δείγματα). Ποιες οι διαφορές;

**Απάντηση:**

**Κοιτάζοντας και τις δύο γραφικές παραστάσεις που αναπτύχθηκαν μέσω της mathlab θα δούμε πως δεν υπάρχει κάποια διαφορά ανάμεσα τους. Αυτό που μπορεί να αναφερθεί σαν διαφορά μεταξύ των δυο αυτών συναρτήσεων είναι ότι η filter() χρησιμοποιείται για να φιλτράρει το σήμα “πάνω” στο οποίο εφαρμόζει ένα ψηφιακό φίλτρο. Από την άλλη πλευρά η conv() χρησιμοποιείται για την συνέλιξη δύο σημάτων.**

|  |  |
| --- | --- |
| **Έξοδος για *conv()*** | **Έξοδος για *filter()*** |
|  |  |

**(ε)**  Σχεδιάστε το abs(fftshift(fft(x))) και abs(fftshift(fft(y))).

**Απάντηση:**

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |

**(στ)**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Μήκος σήματος** | **Μέσος χρόνος** | **Μήκος σήματος** | **Μέσος χρόνος** |
| **26** | **0.009481** | **26-1** | **0.026953** |
| **27** | **0.009726** | **27-1** | **0.053698** |
| **28** | **0.013210** | **28-1** | **0.035248** |
| **29** | **0.019363** | **29-1** | **0.110895** |
| **210** | **0.032008** | **210-1** | **0.149539** |
| **211** | **0.056243** | **211-1** | **0.560074** |
| **212** | **0.122373** | **212-1** | **0.392658** |
| **213** | **0.283942** | **213-1** | **2.810419** |
| **214** | **0.621603** | **214-1** | **6.494124** |
| **215** | **1.229498** | **215-1** | **14.830862** |

**ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ**

O κώδικας όλων των Ασκήσεων 1 – 2.

ΚΩΔΙΚΑΣ ΓΙΑ ΑΣΚΗΣΗ 1

**Παρακάτω είναι ο κώδικας που χρησιμοποίησα για το ερώτημα α.**

Ts=0.02;

n = 0:1/Ts;

y = sin(18\*pi\*n\*Ts);

figure;

plot(n\*Ts, y);

hold on

Ts=0.04;

n = 0:1/Ts;

y = sin(18\*pi\*n\*Ts);

plot(n\*Ts, y);

Ts=0.1;

n = 0:1/Ts;

y = sin(18\*pi\*n\*Ts);

plot(n\*Ts, y);

hold off

legend('Ts=0.02','Ts=0.04','Ts=0.1');

xticks(0:0.1:1)

**Παρακάτω είναι ο κώδικας που χρησιμοποίησα για το ερώτημα β), ώστε να βρώ τις τιμές των MSE και STD .**

Ts = 0.02;

%έπειτα έθεσα και τις άλλες τιμες περιόδου ώστε να βρω τις

%αντοίστιχες τιμές των std και mse

initial\_phase = 0;

n = 0:1/Ts; % Διακριτές δειγματοληψίες

x = sin(18\*pi\*n\*Ts+initial\_phase);

dt = 0.001;

t = 0:dt:1;

x\_cont=sin(18\*pi\*t'+initial\_phase);

% Αρχικοποίηση πινάκων

sinc\_array = zeros(length(t),length(n));

triangular\_array = sinc\_array;

rec\_array = sinc\_array;

indx = t'\*ones(1,length(n))/Ts-ones(length(t),1)\*n;

% Sinc

sinc\_array = sinc(indx);

% Τριγωνικό

triangular\_array(abs(indx)>1)=0;

% Τετραγωνικό

rec\_array(abs(indx)<1/2) = 1;

rec\_array(indx ==1/2) = 1;

rec\_array(abs(indx)>1/2) = 0;

% Ανακατασκευή Σημάτων

x\_analog1 = sum((ones(length(t),1)\*x).\*sinc\_array,2);

x\_analog2 = sum((ones(length(t),1)\*x).\*triangular\_array,2);

x\_analog3 = sum((ones(length(t),1)\*x).\*rec\_array,2);

% Υπολείμματα Σημάτων

r1=x\_cont-x\_analog1;

r2=x\_cont-x\_analog2;

r3=x\_cont-x\_analog3;

% Σχεδιασμός Ανακατασκευασμένων Σημάτων

figure;

plot(t(1:1000),x\_cont(1:1000),'b--','LineWidth',2)

hold on

plot(n(1:dt/Ts\*1000)\*Ts,x(1:dt/Ts\*1000),'bx','MarkerSize',14)

plot(t(1:1000),x\_analog1(1:1000),'r')

plot(t(1:1000),x\_analog2(1:1000),'y')

plot(t(1:1000),x\_analog3(1:1000),'g')

hold off

legend('Analog','Samples','Sinc','Triangular','Rectangular')

% Σχεδιασμός Σφάλματος Ανακατασκευής

figure

hold on

plot(t(1:100),sin(10\*pi\*t(1:100)')-x\_analog1(1:100))

plot(t(1:100),sin(10\*pi\*t(1:100)')-x\_analog2(1:100))

plot(t(1:100),sin(10\*pi\*t(1:100)')-x\_analog3(1:100))

hold off

legend('Sinc','Triangular','Rectangular')

figure

hist(r1,200) % Ιστόγραμμα r1

legend('Sinc Residual')

figure

hist(r2,200) % Ιστόγραμμα r2

legend('Triangular Residual')

figure

hist(r3,200) % Ιστόγραμμα r3

legend('Rectangular Residual')

MSE = [mean(r1.^2) mean(r2.^2) mean(r3.^2) ]

STD = [std(r1) std(r2) std(r3) ]

**Παρακάτω είναι ο κώδικας που χρησιμοποίησα για το ερώτημα γ), ώστε να βρώ τις τιμές των MSE και STD για Ts=0.1s .**

Ts = 0.1;

initial\_phase = pi/4;

n = 0:1/Ts; % Διακριτές δειγματοληψίες

x = sin(18\*pi\*n\*Ts+initial\_phase);

dt = 0.001;

t = 0:dt:1;

x\_cont=sin(18\*pi\*t'+initial\_phase);

% Αρχικοποίηση πινάκων

sinc\_array = zeros(length(t),length(n));

triangular\_array = sinc\_array;

rec\_array = sinc\_array;

indx = t'\*ones(1,length(n))/Ts-ones(length(t),1)\*n;

% Sinc

sinc\_array = sinc(indx);

% Τριγωνικό

triangular\_array(abs(indx)>1)=0;

% Τετραγωνικό

rec\_array(abs(indx)<1/2) = 1;

rec\_array(indx ==1/2) = 1;

rec\_array(abs(indx)>1/2) = 0;

% Ανακατασκευή Σημάτων

x\_analog1 = sum((ones(length(t),1)\*x).\*sinc\_array,2);

x\_analog2 = sum((ones(length(t),1)\*x).\*triangular\_array,2);

x\_analog3 = sum((ones(length(t),1)\*x).\*rec\_array,2);

% Υπολείμματα Σημάτων

r1=x\_cont-x\_analog1;

r2=x\_cont-x\_analog2;

r3=x\_cont-x\_analog3;

% Σχεδιασμός Ανακατασκευασμένων Σημάτων

figure;

plot(t(1:1000),x\_cont(1:1000),'b--','LineWidth',2)

hold on

plot(n(1:dt/Ts\*1000)\*Ts,x(1:dt/Ts\*1000),'bx','MarkerSize',14)

plot(t(1:1000),x\_analog1(1:1000),'r')

plot(t(1:1000),x\_analog2(1:1000),'y')

plot(t(1:1000),x\_analog3(1:1000),'g')

hold off

legend('Analog','Samples','Sinc','Triangular','Rectangular')

% Σχεδιασμός Σφάλματος Ανακατασκευής

figure

hold on

plot(t(1:100),sin(10\*pi\*t(1:100)')-x\_analog1(1:100))

plot(t(1:100),sin(10\*pi\*t(1:100)')-x\_analog2(1:100))

plot(t(1:100),sin(10\*pi\*t(1:100)')-x\_analog3(1:100))

hold off

legend('Sinc','Triangular','Rectangular')

figure

hist(r1,200) % Ιστόγραμμα r1

legend('Sinc Residual')

figure

hist(r2,200) % Ιστόγραμμα r2

legend('Triangular Residual')

figure

hist(r3,200) % Ιστόγραμμα r3

legend('Rectangular Residual')

MSE = [mean(r1.^2) mean(r2.^2) mean(r3.^2) ]

STD = [std(r1) std(r2) std(r3) ]

**Παρακάτω είναι ο κώδικας που χρησιμοποίησα για το ερώτημα δ), ώστε να παραστήσουμε τις γραφικές παραστάσεις.**

Ts = 0.005;

f0 = 40;

n = 0:1/Ts;

y = sin(2\*pi\*f0\*n\*Ts);

figure;

plot(n\*Ts, y)

n = 0:1/Ts;

y = sin(2\*pi\*240\*n\*Ts);

figure;

plot(n\*Ts, y)

n = 0:1/Ts;

y = sin(2\*pi\*4040\*n\*Ts);

figure;

plot(n\*Ts, y)

ΚΩΔΙΚΑΣ ΓΙΑ ΑΣΚΗΣΗ 2

**Παρακάτω είναι ο κώδικας που χρησιμοποίησα για το ερώτημα β2), ώστε να αναπαραστήσω τις γραφικές παραστάσεις στην mathlab.**

% κρουστική απόκριση

h = [1/2, 1, -1/2];

% Ορισμός δειγμάτων

[H, w] = freqz(h, 1, 1000);

% Κανονικοποιημένο γράφημα μέτρου απόκρισης συχνότητας

figure (1);

plot(w/pi, abs(H))

xlabel('Κανονικοποιημένη Συχνότητα )')

ylabel('Μέγεθος')

% Κανονικοποιημένο γράφημα φάσης απόκρισης συχνότητας

figure (2);

plot(w/pi, angle(H))

xlabel('Κανονικοποιημένη Συχνότητα ')

ylabel('Φάση')

**Παρακάτω είναι ο κώδικας που χρησιμοποίησα για το ερώτημα δ), ώστε να αναπαραστήσω τις γραφικές παραστάσεις στην mathlab.**

% κρουστική απόκριση του συστήματος

h = [1/2, 1, -1/2];

% Ορισμός χίλιων δειγμάτων

[H, w] = freqz(h, 1, 1000);

n = 0:16000;

x = cos((pi/4)\*n)-sin((pi/2)\*n)+(-1/2).^n;

%Έξοδος για conv

y2=conv(x,h);

figure;

plot(x(1:100))

hold on

plot(y2(1:100))

xlabel('ΔΕΙΓΜΑΤΑ')

ylabel('ΕΞΟΔΟΣ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ')

legend ('Είσοδος x ','conv()')

hold off

%Έξοδος για filter

y = filter(h, 1, x);

figure;

plot(x(1:100))

hold on

plot(y(1:100))

xlabel('ΔΕΙΓΜΑΤΑ')

ylabel('ΕΞΟΔΟΣ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ')

legend ('Είσοδος x','filter()')

hold off

**Παρακάτω είναι ο κώδικας που χρησιμοποίησα για το ερώτημα ε), ώστε να αναπαραστήσω τις γραφικές παραστάσεις στην mathlab.**

% Συχνότητα δειγματοληψίας

Fs = 1000;

% Διάνυσμα χρόνου

t = 0:1/Fs:1-1/Fs;

% Κρουστική απόκριση

h = [1/2, 1, -1/2];

% Ορισμός δειγμάτων

n = 0:16000;

x = cos((pi/4)\*n)-sin((pi/2)\*n)+(-1/2).^n;

y = filter(h, 1, x);

% Υπολογισμός Fourier του σήματος

N = length(x);

X = fft(x);

Y = fft(y);

X\_shifted = fftshift(X);

Y\_shifted = fftshift(Y);

% Διάνυσμα συχνότητας

f = Fs\*(-N/2:N/2-1)/N;

% Σχεδιασμός του πλάτους του φάσματος του σήματος

figure;

plot(f, abs(X\_shifted)/N);

xlabel('Συχνότητα');

ylabel('Πλάτος');

title('abs(fftshift(fft(x)))');

% Σχεδιασμός του πλάτους του φάσματος του σήματος

figure;

plot(f, abs(Y\_shifted)/N);

xlabel('Συχνότητα');

ylabel('Πλάτος');

title('abs(fftshift(fft(y)))');

**Παρακάτω είναι ο κώδικας που χρησιμοποίησα για το ερώτημα στ), ώστε να βρεθούν οι τιμές για την συμπλήρωση του πίνακα.**

for N=[2^6,2^7,2^8,2^9,2^10,2^11,2^12,2^13,2^14,2^15]

x1=rand(N,1);

% Υπολογισμός χρόνου εκτέλεσης FFT

tic;

for i = 1:10000

fft\_result1 = fft(x1);

end

fft\_time = toc;

x2 = rand((N-1),1);

% Υπολογισμός χρόνου εκτέλεσης DFT για σήματα μήκους 2^x-1

tic;

for i = 1:10000

dft\_result2 = fftshift(fft(x2));

end

dft2\_time = toc;

% Εκτύπωση αποτελεσμάτων

fprintf('Μήκος σήματος: %d\n', N);

fprintf('Χρόνος FFT: %f\n', fft\_time);

fprintf('\n');

fprintf('Μήκος σήματος: %d\n', N-1);

fprintf('Χρόνος DFT: %f\n', dft2\_time);

fprintf('\n');

end